

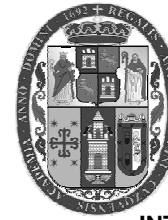
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
 FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
 DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
 ING. INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS
Análisis Matemático III

INTEGRALES DE CAMPOS VECTORIALES SOBRE SUPERFICIES

1. Calcular $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$, donde $\vec{F}(x,y,z) = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ y S superficie cuya frontera del sólido es limitado por el paraboloides $z = x^2 + y^2$, y el plano $z = 2x$. **Rpta. : 2π**
2. Calcule el flujo del campo $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $\vec{F}(x,y,z) = (2xy, z, y)$ a través de la superficie $S : x^2 + y^2 = 1, -1 \leq z \leq 1$. **Rpta. : 0**
3. Calcule el flujo del campo $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $\vec{F}(x,y,z) = (x,y,z)$ a través de la superficie $S : |x| + |y| + |z| = 1$. **Rpta. : 4**
4. Calcular $\iint_S xz \, dx dy + xy \, dy dz + yz \, dx dz$, donde S es la cara exterior de la pirámide formado por los planos $x=0, y=0, z=0$ y $x+y+z=1$. **Rpta. : $\frac{1}{8}$**
5. Calcular $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$, donde $\vec{F}(x,y,z) = (yz, xz, xy)$, S es la superficie lateral del sólido en el primer octante limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = R^2$ y los planos $x=0, y=0, z=0, z=R$; siendo R, H constantes positivas y \vec{N} es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. : $\frac{1}{2} R^2 H^2$**
6. Calcular $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$, donde $\vec{F}(x,y,z) = (x, y, 2z)$, S es la porción de la superficie $x^2 + y^2 = 1 - z$ que se encuentra en el primer octante y \vec{N} es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. : $\frac{4}{15} + \frac{3\pi}{8}$**

EJERCICIOS PROPUESTOS

7. Dado $F(x,y,z) = (4xz, -y^2, yz)$, hallar $\iint_S F \, dS$ siendo S la superficie del cubo de vértices: $(0,0,0), (2,0,0), (0,2,0), (0,0,2), (2,2,2)$.
8. Hallar el flujo del campo $F = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$ a través de la esfera de radio "a" con centro el origen.
9. Hallar el flujo del campo vectorial $F(x,y,z) = (x - 2z, x + 3y, 5x + y)$ a través del lado superior del plano de vértices $(1,0,0), (0,1,0)$ y $(0,0,1)$ en el primer octante.
10. Calcular el flujo del campo vectorial $F(x,y,z) = (x,y,z)$ a través del cilindro recto de radio R, limitado por los planos $z = H$ y $z = 0$.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
 FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
 DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
 ING. INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS
Análisis Matemático III

INTEGRALES DE CAMPOS VECTORIALES SOBRE SUPERFICIES

11. Calcular $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$, donde $\vec{F}(x,y,z) = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ y S superficie cuya frontera del sólido es limitado por el paraboloides $z = x^2 + y^2$, y el plano $z = 2x$. **Rpta. : 2π**
12. Calcule el flujo del campo $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $\vec{F}(x,y,z) = (2xy, z, y)$ a través de la superficie $S : x^2 + y^2 = 1, -1 \leq z \leq 1$. **Rpta. : 0**
13. Calcule el flujo del campo $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $\vec{F}(x,y,z) = (x,y,z)$ a través de la superficie $S : |x| + |y| + |z| = 1$. **Rpta. : 4**
14. Calcular $\iint_S xz \, dx dy + xy \, dy dz + yz \, dx dz$, donde S es la cara exterior de la pirámide formado por los planos $x=0, y=0, z=0$ y $x+y+z=1$. **Rpta. : $\frac{1}{8}$**
15. Calcular $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$, donde $\vec{F}(x,y,z) = (yz, xz, xy)$, S es la superficie lateral del sólido en el primer octante limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = R^2$ y los planos $x=0, y=0, z=0, z=R$; siendo R, H constantes positivas y \vec{N} es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. : $\frac{1}{2} R^2 H^2$**
16. Calcular $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$, donde $\vec{F}(x,y,z) = (x, y, 2z)$, S es la porción de la superficie $x^2 + y^2 = 1 - z$ que se encuentra en el primer octante y \vec{N} es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. : $\frac{4}{15} + \frac{3\pi}{8}$**

EJERCICIOS PROPUESTOS

17. Dado $F(x,y,z) = (4xz, -y^2, yz)$, hallar $\iint_S F \, dS$ siendo S la superficie del cubo de vértices: $(0,0,0), (2,0,0), (0,2,0), (0,0,2), (2,2,2)$.
18. Hallar el flujo del campo $F = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$ a través de la esfera de radio "a" con centro el origen.
19. Hallar el flujo del campo vectorial $F(x,y,z) = (x - 2z, x + 3y, 5x + y)$ a través del lado superior del plano de vértices $(1,0,0), (0,1,0)$ y $(0,0,1)$ en el primer octante.
20. Calcular el flujo del campo vectorial $F(x,y,z) = (x,y,z)$ a través del cilindro recto de radio R, limitado por los planos $z = H$ y $z = 0$.