



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO  
 FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
 DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
 ING. INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS  
**Análisis Matemático III**

**INTEGRALES DE CAMPOS VECTORIALES SOBRE SUPERFICIES**

1. Calcular  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$ , donde  $\vec{F}(x,y,z) = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  y S superficie cuya frontera del sólido es limitado por el paraboloido  $z = x^2 + y^2$ , y el plano  $z = 2x$ . **Rpta. :  $2\pi$**
2. Calcule el flujo del campo  $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por  $\vec{F}(x,y,z) = (2xy, z, y)$  a través de la superficie  $S : x^2 + y^2 = 1, -1 \leq z \leq 1$ . **Rpta. : 0**
3. Calcule el flujo del campo  $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por  $\vec{F}(x,y,z) = (x,y,z)$  a través de la superficie  $S : |x| + |y| + |z| = 1$ . **Rpta. : 4**
4. Calcular  $\iint_S xz \, dx dy + xy \, dy dz + yz \, dx dz$ , donde S es la cara exterior de la pirámide formado por los planos  $x=0, y=0, z=0$  y  $x+y+z=1$ . **Rpta. :  $\frac{1}{8}$**
5. Calcular  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$ , donde  $\vec{F}(x,y,z) = (yz, xz, xy)$ , S es la superficie lateral del sólido en el primer octante limitado por el cilindro  $x^2 + y^2 = R^2$  y los planos  $x=0, y=0, z=0, z=R$ ; siendo R, H constantes positivas y  $\vec{N}$  es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. :  $\frac{1}{2} R^2 H^2$**
6. Calcular  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$ , donde  $\vec{F}(x,y,z) = (x, y, 2z)$ , S es la porción de la superficie  $x^2 + y^2 = 1 - z$  que se encuentra en el primer octante y  $\vec{N}$  es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. :  $\frac{4}{15} + \frac{3\pi}{8}$**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

7. Dado  $F(x,y,z) = (4xz, -y^2, yz)$ , hallar  $\iint_S F \, dS$  siendo S la superficie del cubo de vértices:  $(0,0,0), (2,0,0), (0,2,0), (0,0,2), (2,2,2)$ .
8. Hallar el flujo del campo  $F = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$  a través de la esfera de radio "a" con centro el origen.
9. Hallar el flujo del campo vectorial  $F(x,y,z) = (x - 2z, x + 3y, 5x + y)$  a través del lado superior del plano de vértices  $(1,0,0), (0,1,0)$  y  $(0,0,1)$  en el primer octante.
10. Calcular el flujo del campo vectorial  $F(x,y,z) = (x,y,z)$  a través del cilindro recto de radio R, limitado por los planos  $z = H$  y  $z = 0$ .



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO  
 FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
 DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
 ING. INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS  
**Análisis Matemático III**

**INTEGRALES DE CAMPOS VECTORIALES SOBRE SUPERFICIES**

11. Calcular  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$ , donde  $\vec{F}(x,y,z) = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  y S superficie cuya frontera del sólido es limitado por el paraboloido  $z = x^2 + y^2$ , y el plano  $z = 2x$ . **Rpta. :  $2\pi$**
12. Calcule el flujo del campo  $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por  $\vec{F}(x,y,z) = (2xy, z, y)$  a través de la superficie  $S : x^2 + y^2 = 1, -1 \leq z \leq 1$ . **Rpta. : 0**
13. Calcule el flujo del campo  $\vec{F} : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por  $\vec{F}(x,y,z) = (x,y,z)$  a través de la superficie  $S : |x| + |y| + |z| = 1$ . **Rpta. : 4**
14. Calcular  $\iint_S xz \, dx dy + xy \, dy dz + yz \, dx dz$ , donde S es la cara exterior de la pirámide formado por los planos  $x=0, y=0, z=0$  y  $x+y+z=1$ . **Rpta. :  $\frac{1}{8}$**
15. Calcular  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$ , donde  $\vec{F}(x,y,z) = (yz, xz, xy)$ , S es la superficie lateral del sólido en el primer octante limitado por el cilindro  $x^2 + y^2 = R^2$  y los planos  $x=0, y=0, z=0, z=R$ ; siendo R, H constantes positivas y  $\vec{N}$  es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. :  $\frac{1}{2} R^2 H^2$**
16. Calcular  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} \, dS$ , donde  $\vec{F}(x,y,z) = (x, y, 2z)$ , S es la porción de la superficie  $x^2 + y^2 = 1 - z$  que se encuentra en el primer octante y  $\vec{N}$  es el vector unitario normal exterior a S. **Rpta. :  $\frac{4}{15} + \frac{3\pi}{8}$**

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

17. Dado  $F(x,y,z) = (4xz, -y^2, yz)$ , hallar  $\iint_S F \, dS$  siendo S la superficie del cubo de vértices:  $(0,0,0), (2,0,0), (0,2,0), (0,0,2), (2,2,2)$ .
18. Hallar el flujo del campo  $F = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$  a través de la esfera de radio "a" con centro el origen.
19. Hallar el flujo del campo vectorial  $F(x,y,z) = (x - 2z, x + 3y, 5x + y)$  a través del lado superior del plano de vértices  $(1,0,0), (0,1,0)$  y  $(0,0,1)$  en el primer octante.
20. Calcular el flujo del campo vectorial  $F(x,y,z) = (x,y,z)$  a través del cilindro recto de radio R, limitado por los planos  $z = H$  y  $z = 0$ .