



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
 FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
 DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
 ING. INFORMÁTICA Y DE SISTEMAS
Análisis Matemático III

INTEGRALES DE CAMPOS ESCALARES SOBRE SUPERFICIES

- Sea S la porción de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ acotada por los planos $z = 2$ y $z = 2\sqrt{3}$. Calcular la integral de superficie $\iint_S z\sqrt{x^2 + y^2} \, dS$. **Rpta:** $\frac{64\pi}{3}(3\sqrt{3} - 1)$
- Calcular $\iint_S \left(z + 2x + \frac{4}{3}y\right) \, dS$, donde S es una parte del plano $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$, situado en el primer cuadrante. **Rpta:** $4\sqrt{61}$
- Hallar $\iint_S \frac{dS}{r^2}$, donde S es el cilindro $x^2 + y^2 = 4$, limitado por los planos $z = 0$ y $z = 5$, r es la distancia que media entre el punto de superficie y el origen de coordenadas. **Rpta:** $2\pi \arctan\left(\frac{5}{2}\right)$
- Calcular $\iint_S xy \, dS$, donde S es la superficie del tetraedro de lados $z = 0$, $y = 0$, $x + z = 1$, $x = y$. **Rpta:** $2\pi \arctan\left(\frac{5}{2}\right)$
- Evalúe $\iint_S z \, dS$, donde $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$, siendo $S_1: x^2 + y^2 = 1; z = 0$
 $S_2: x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$
 $S_3: z = x + y$, S encierra un sólido K limitado por S_1, S_2 y S_3 . **Rpta:** $\frac{3\pi}{2} + 0 + \sqrt{2}\pi = \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)\pi$
- Calcular $\iint_S (x^2y + z^2) \, dS$, S es la parte del cilindro $x^2 + y^2 = 9$ que está entre $z = 0$ y $z = 2$. **Rpta:** 16π
- Calcular $\iint_S yz \, dS$, S es la superficie con ecuaciones paramétricas $x = uv, y = u + v, z = u - v$, $u^2 + v^2 \leq 1$. **Rpta:** 0
- Calcular $\iint_S \frac{1}{x} \, dS$, donde S es la superficie $\varphi(u, v) = (u, v, v + 1)$, $1 \leq u \leq 2, -1 \leq v \leq 1$. **Rpta:** $2\sqrt{2} \ln 2$

- Sea $S: \varphi(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$, donde $0 \leq u \leq 1; 0 \leq v \leq 2\pi$ y $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$, hallar $\iint_S f \, dS$
- Calcular $\iint_S (y^2 + 2yz) \, dS$; siendo S el plano $2x + y + z = 6$ en el primer octante.
- Evaluar $\iint_S y \, dS$, siendo $S: z - x - y^2 = 0; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2$
- Calcular $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} \, dS$, donde $z = 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2}; 0 \leq z \leq 4$
- Calcular $\iint_S \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \, dS$, donde $S: z = x^2 + y^2; 1 \leq z \leq 4$.
- Calcular $\iint_S x \, dS$, siendo $S: x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ contenido dentro del cono $z^2 = x^2 + y^2$ para $0 \leq z \leq a$.
- Calcular el valor de la integral de $f(x, y, z) = xyz$ sobre S : parte de $x^2 + y^2 = 4$ en el primer octante entre $0 \leq y \leq 1$.
- Calcular el valor de la integral de $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2az - z^2}}$, sobre S : parte de la superficie $x^2 + y^2 + (z - a)^2 = a^2$ que está dentro del cilindro $x^2 + y^2 = ay$, debajo del plano $z = a$.