UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
ING. INFORMATICA Y DE SISTEMAS

Análisis Matemático III

INTEGRALES DE LINEA SOBRE CAMPOS VECTORIALES CONSERVATIVOS

1. Dado el campo de fuerzas $F(x,y,z)=\frac{1}{r^3}(kx,ky,kz)$, donde $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, k constante. Hallar el trabajo que realiza la fuerza F para trasladar una partícula que se encuentra en un punto de la esfera $x^2+y^2+z^2=4$ hasta un punto de la esfera $x^2+y^2+z^2=16$

Rpta: $\frac{1}{4}k$

2. Calcular $\int_{(-1,2)}^{(2,3)} y\,dx+x\,dy$

Rpta: 8

3. Calcular $\int_{(0,0)}^{(2,1)} 2xy\,dx+x^2dy$

Rpta: 4

4. Calcular $\int_{(1,-1,2)}^{(2,1,3)} x\,dx+y^2dy+z\,dz$

Rpta: $\frac{10}{3}$

5. Calcular $\int_{(1,2,3)}^{(3,2,1)} yz\,dx+zx\,dy+xy\,dz$

Rpta: 0

6. Calcular $\oint_{\mathbb{C}}(x+y)dx+(x-y)dy$, donde $\mathbb{C}$ es la elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ recorrida en sentido contrario al de las agujas del reloj. **Rpta:** 0

7. Calcular $\int_{\mathbb{C}} F\,d\alpha$, donde: $F(x,y)=(xy^2+3x^2y,\ (x+y)x^2)$, $\mathbb{C}$ es el camino formado por los segmentos de recta de $(1,1)$ a $(0,2)$ a $(3,0)$. **Rpta:** $-3/2$

8. Calcular $\int_{\mathbb{C}}(3x^2+2x+y^2)dx+(2xy+y^3)dy$, donde $\mathbb{C}$ es cualquier camino desde $(0,0)$ hasta $(1,1)$.

Rpta: $13/4$

9. Calcular $\int_{\mathbb{C}}(y-x^2)dx+(x+y^2)dy$, donde $\mathbb{C}$ es cualquier camino desde $(-1,-1)$ hasta $(0,3)$. **Rpta:** 8

10. a) Demostrar que $F=(2xy+z^3)\vec{i}+x^2\vec{j}+3xz^2\vec{k}$ es un campo de fuerzas conservador.
b) Hallar el potencial escalar del que deriva
c) Hallar el trabajo realizado para desplazar un cuerpo en este campo desde $(1,-2,1)$ a $(3,1,4)$.

Rpta: a) Basta probar que $\nabla\times F=\vec{0}$ b) $f(x,y,z)=x^2y+xz^3+C$ c) 202

11. Calcular $\int_{(3,4)}^{(5,12)}\frac{x\,dx+y\,dy}{x^2+y^2}$ (el origen de coordenadas no se halla en el contorno de integración)

Rpta: $\operatorname{Ln}\frac{13}{5}$

12. Calcular $\int_{P_1}^{P_2}\frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ donde los punto P_1 y P_2 están situados sobres las circunferencias concéntricas cuyos centros se hallan en el origen de coordenadas y los radios son igual a R_1 y R_2, respectivamente (el origen de coordenadas no se halla en el contorno de integración.

Rpta: R_2-R_1