UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
ING. INFORMATICA Y DE SISTEMAS

# Análisis Matemático III

## APLICACIONES DE LA INTEGRAL CURVILÍNEA DE 1RA Y 2DA ESPECIE

**1.** Un alambre de densidad constante $K$ tiene la forma $|x|+|y|=a$. Encuentre sus momentos de inercia con respecto al eje $Y$ y con respecto al eje $Z$.

**Rpta:** $I_z=\frac{8}{3}Ka^3\sqrt{2}$ $\qquad I_y=\frac{4}{3}Ka^3\sqrt{2}$

**2.** Hallar el centro de masa de una pieza de alambre de densidad constante enrollada en la forma de la hélice: $r(t)=(\,4\cos t,\,4\,\text{sen}\,t\,,\,3t\,)$, $\quad t\in[0,\pi]$.

**Rpta.** $M=5k\pi$ **;** $\bar{x}=\frac{8}{\pi}$**;** $\bar{y}=\frac{8}{\pi}$ **;** $\bar{z}=\frac{3}{2}\pi$

**3.** Hallar la masa de una cuarta parte de la elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ situada en el primer cuadrante si la densidad en cada punto es igual a la ordenada en ese punto.

**Rpta.** $M=\frac{b^2}{2}+\frac{ab}{2e}\ \text{arcsen}(e)$

**4.** Hallar la masa total de un alambre cuya forma es la de la curva $y=|x|$, con $-1\le x\le 1$, si la densidad de cada punto $P$ de él es igual al valor absoluto del producto de las coordenadas del punto.

**Rpta.** $M=\frac{2}{3}\sqrt{2}$

**5.** Hallar la masa de un fragmento de la línea $y=Lnx$ comprendido entre los puntos cuyas abscisas son $x_1$, $x_2$, si la densidad de la línea en cada punto es igual al cuadrado de la abscisa del punto.

**Rpta.** $M=\frac{1}{3}\left[(t_2+1)^{3/2}-(t_1+1)^{3/2}\right]$



**6.** Hallar la masa del arco de línea $x=e^t\cos t$, $y=e^t\,\text{sen}\,t$, $z=e^t$ desde el punto correspondiente a $t=0$, hasta un punto cualquiera si la densidad del arco es inversamente proporcional al cuadrado del radio polar.

**Rpta.** $M=\frac{k\sqrt{3}}{2}(1-e^{-t})$

**7.** Calcular el trabajo que realiza el campo de fuerzas: $F(\,10x^4-y^3\,,\ x^3-3y^5\,)$ para trasladar una partícula alrededor de la circunferencia $x^2+y^2=5$ unas sola vez, siendo el recorrido en sentido antihorario.

**Rpta.** $W=50\pi$

**8.** Hallar el trabajo que realiza la fuerza: $F(x,y)=\left(\frac{x}{\sqrt{a^2+b^2+x^2+y^2}},\frac{y}{\sqrt{a^2+b^2+x^2+y^2}}\right)$, $a>b$, para mover una partícula en sentido antihorario a lo largo de la parte de la elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ que se halla en el primer cuadrante.

**Rpta.** $W=\sqrt{2b^2+a^2}-\sqrt{2a^2+b^2}$

**9.** En cada punto del plano, sobre el punto material actúa la fuerza $F$ cuyas proyecciones sobre los ejes de coordenadas son iguales a $X=xy$, $Y=x+y$. Calcular el trabajo de la fuerza $F$ al desplazarse el punto desde el origen de coordenadas hasta el punto $(1,1)$ a lo largo de:

1) La recta $y=x$;
2) La parábola $y=x^2$;
3) Una línea quebrada de dos escalares cuyos lados son paralelos a los ejes de coordenadas (considerar dos casos).

**Rpta.** $W_1=\frac{4}{3}$ $\qquad W_2=\frac{17}{12}$ $\qquad W_3=\frac{3}{2}$ y 1