UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

UNSAAC

Lic. Guillermo Mario, Chuquipoma Pacheco

mariochuqui@hotmail.com

www.mariochuqui.jimdo.com

Métodos Numéricos

Lic. Guillermo Mario Chuquipoma Pacheco

2010

Método de Newton-Raphson

Método de Newton-Raphson

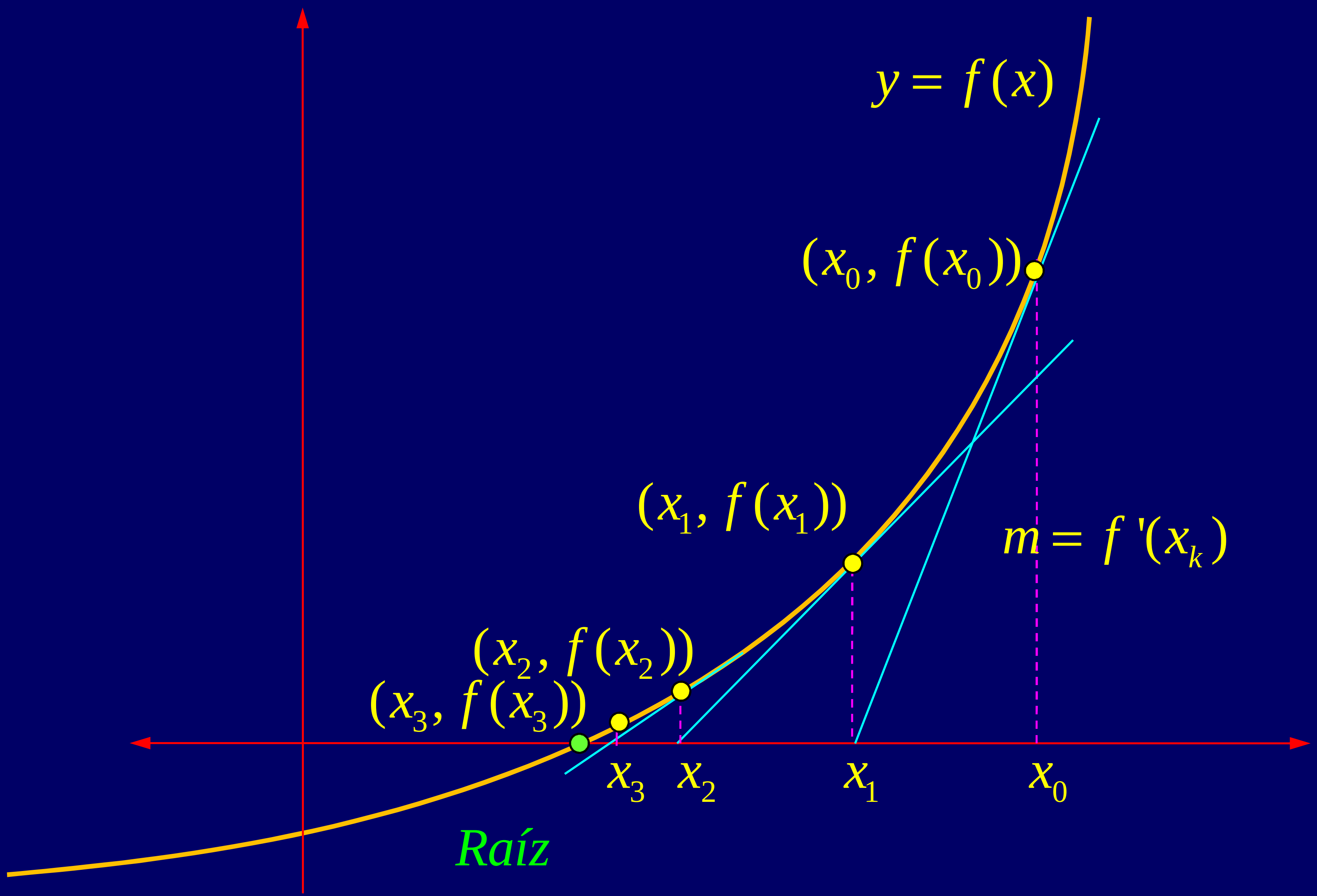
Fórmula iterativa de Newton-Raphson

$$\boxed{x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}}$$

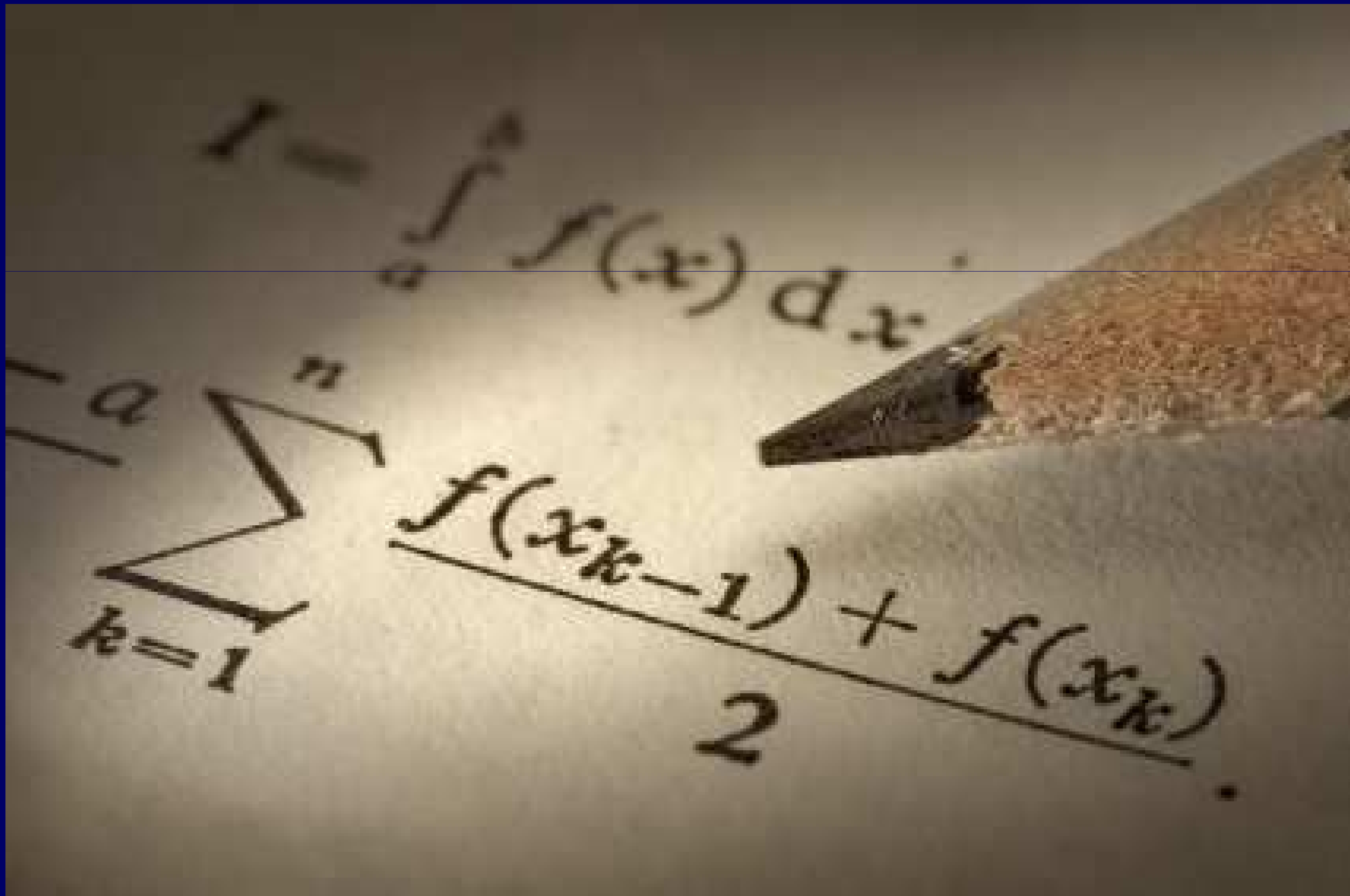
Tal vez, de las fórmulas para localizar raíces, la fórmula de Newton-Raphson sea la más ampliamente utilizada. Es un método abierto que usa la aproximación de línea recta que es la tangente a la curva.

Interpretación gráfica del Método de Newton-Raphson

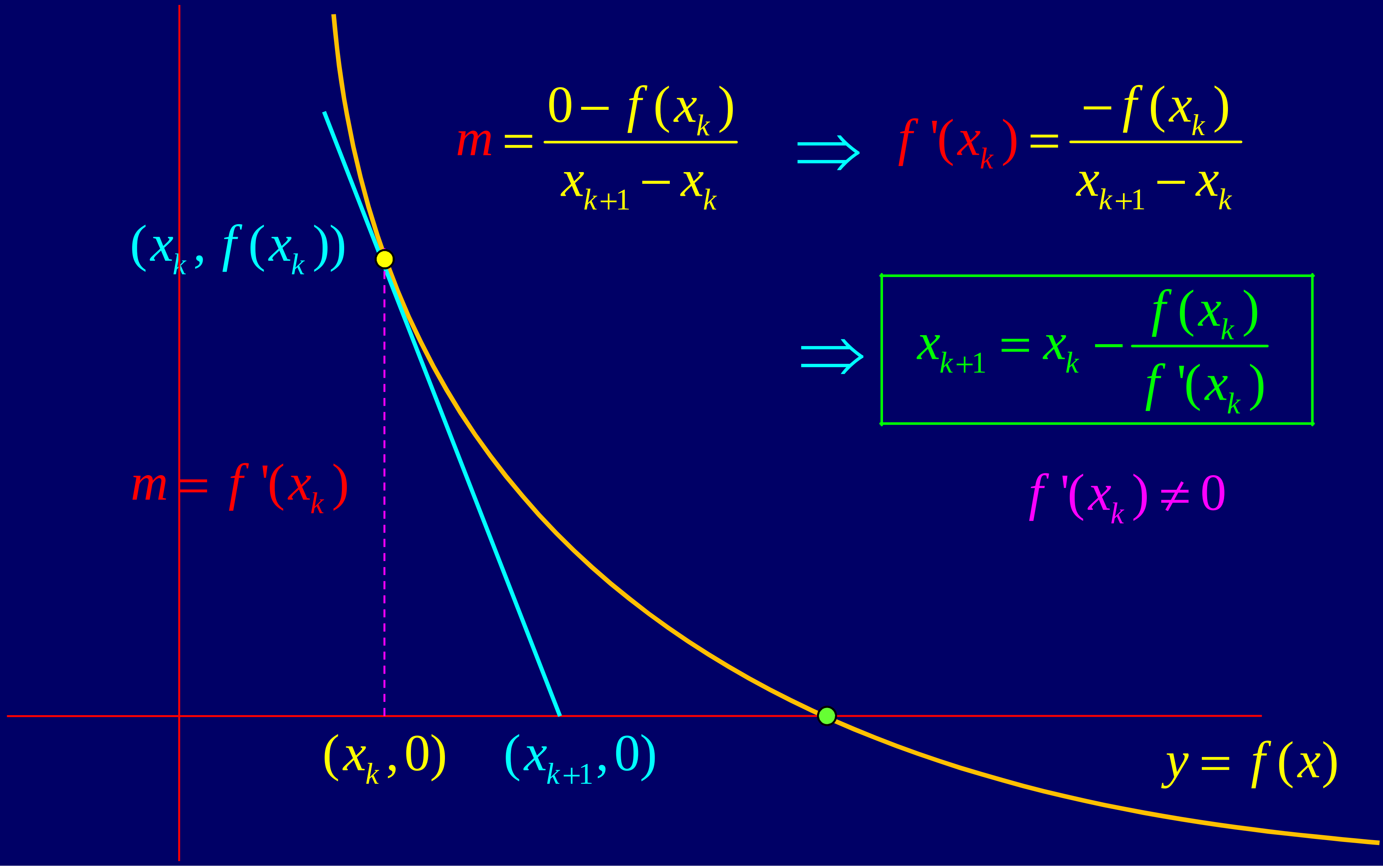
Método de Newton-Raphson



La formula iterativa de Newton-Raphson



Formula iteración de Newton-Raphson



$$m = \frac{0 - f(x_k)}{x_{k+1} - x_k} \Rightarrow f'(x_k) = \frac{-f(x_k)}{x_{k+1} - x_k}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}}$$

$$f'(x_k) \neq 0$$

Otra manera de obtener la formula de Newton-Raphson

De acuerdo con la serie truncada de *Taylor*:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(\xi(x))}{2}(x-a)^2$$

Haciendo cambio de Variable $x = x_{k+1}$ $a = x_k$

$$f(x_{k+1}) = f(x_k) + f'(x_k)(x_{k+1}-x_k) + \frac{f''(\xi(x_{k+1}))}{2}(x_{k+1}-x_k)^2$$

Considerando: $\left|x_{k+1}-x_k\right| \approx 0$ $f(x_{k+1}) = 0$

$$0 = f(x_k) + f'(x_k)(x_{k+1}-x_k) \quad \Rightarrow \quad x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Método de Newton-Raphson

Proceso de iteración:

Se ejecuta la iteración como: $$x_{nuevo} = x_{anterior} - \frac{f(x_{anterior})}{f'(x_{anterior})}$$

Algoritmo del método de Newton-Raphson

inicializa: $x_0 = . . .$

inicia_iteración $k = 0,1, 2, . . .$

$x_{k+1} = x_k - f(x_k)/ f'(x_k)$

Si converge,
que pare en alguna iteración

fin_de_iteración

Método de Newton- Raphson
EN MATLAB

Ejemplo:

Usar una iteración simple de punto fijo para hallar un valor aproximado a la raíz de:

$$e^{-x} - x = 0$$

Punto inicial $x_0 = 0$

Solución

Consideramos: $f(x) = e^{-x} - x$ $\qquad$ $f'(x) = -e^{-x} - 1$

Crear el archivo m-file de la función de f.m

```
function y=f(x)
y=exp(-x)-x;
```

Crear el archivo m-file de la derivada de la función f1.m

```
function y=f1(x)
y=-exp(-x)-1;
```

Método de Newton-Rahson

Escribir en un archivo m-file con el nombre de newton1.m

```
function [x,iter] = newton1(f,f1,x0,maxiter)
iter = 0;
disp('i            xi');
while iter < maxiter
    disp(sprintf('%-3d          %2.15f ',iter,x0));
        x = x0 - feval(f,x0)/ feval(f1,x0);
        iter = iter + 1;
        x0 = x;
end
```

Guardar en su área de trabajo…

En la línea de comandos escribir:

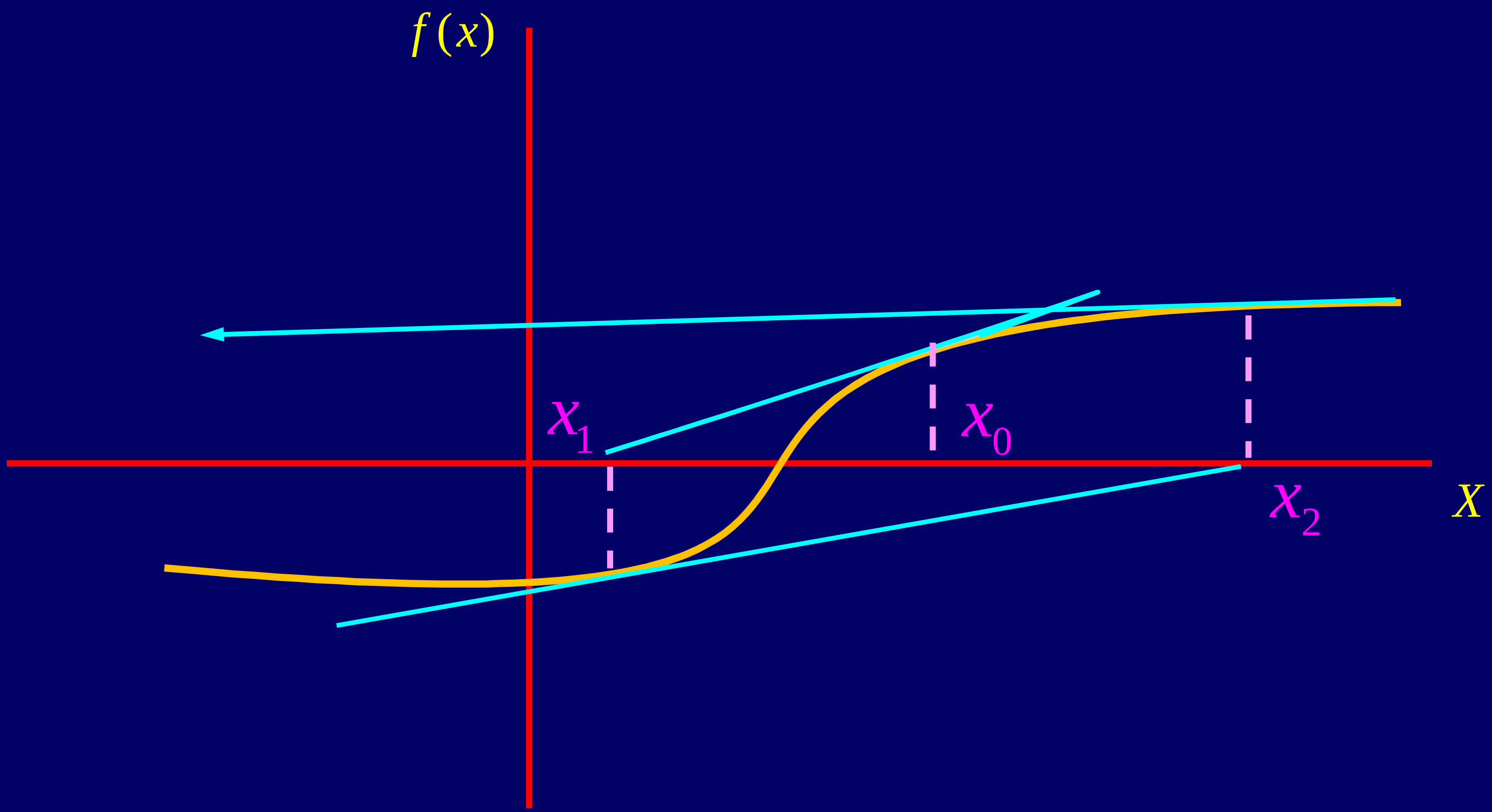
>> newton1(‘f ‘, ‘f1‘,0,100)

Ejercicio

DESVENTAJAS DEL MÉTODO DE NEWTON RAPHSON

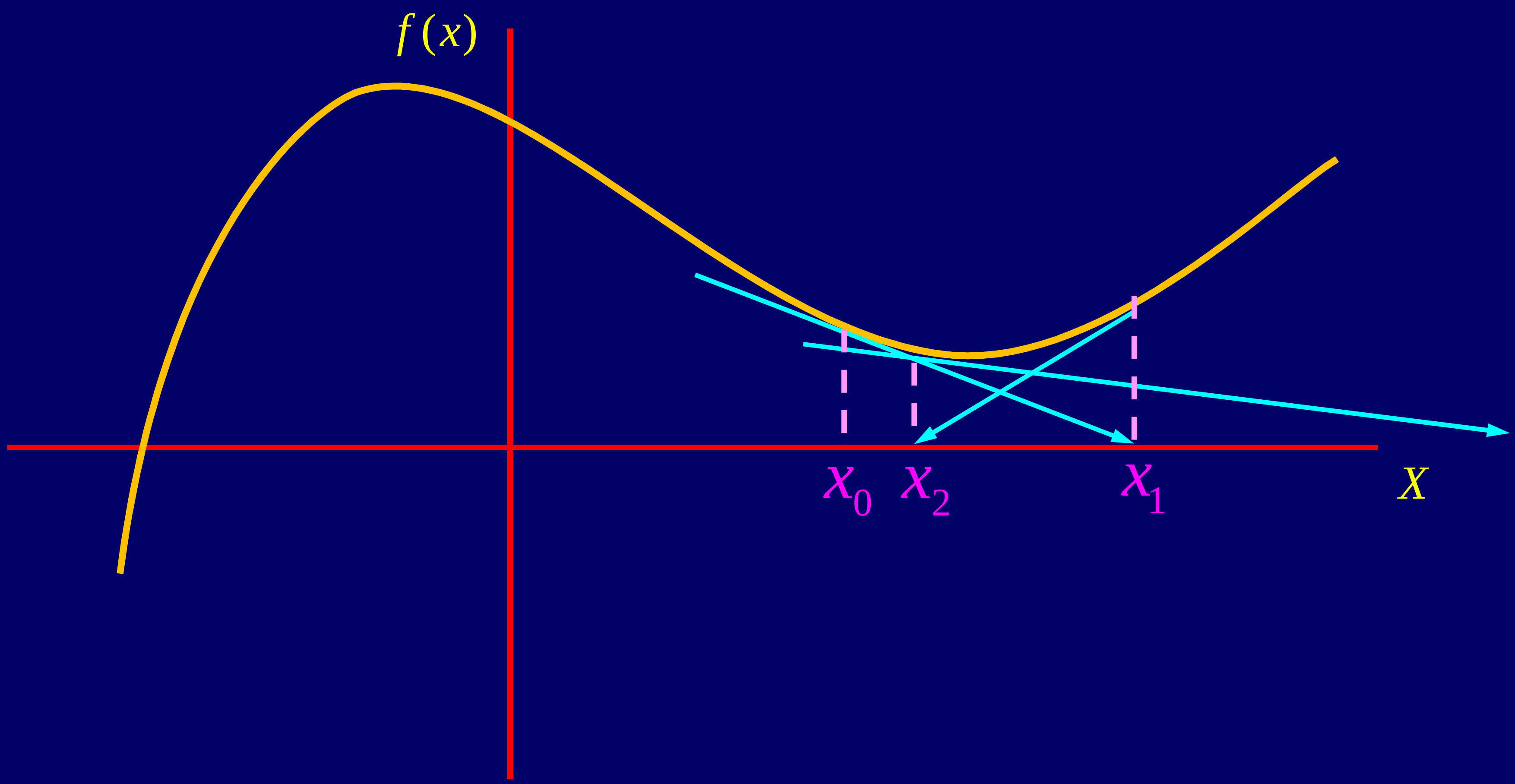
El método es muy eficiente, aunque hay situaciones en que se comporta en forma deficiente. Un caso especial en raíces múltiples, y cuando la derivada de la función es compleja de realizar.

DESVENTAJAS DEL MÉTODO DE NEWTON RAPHSON

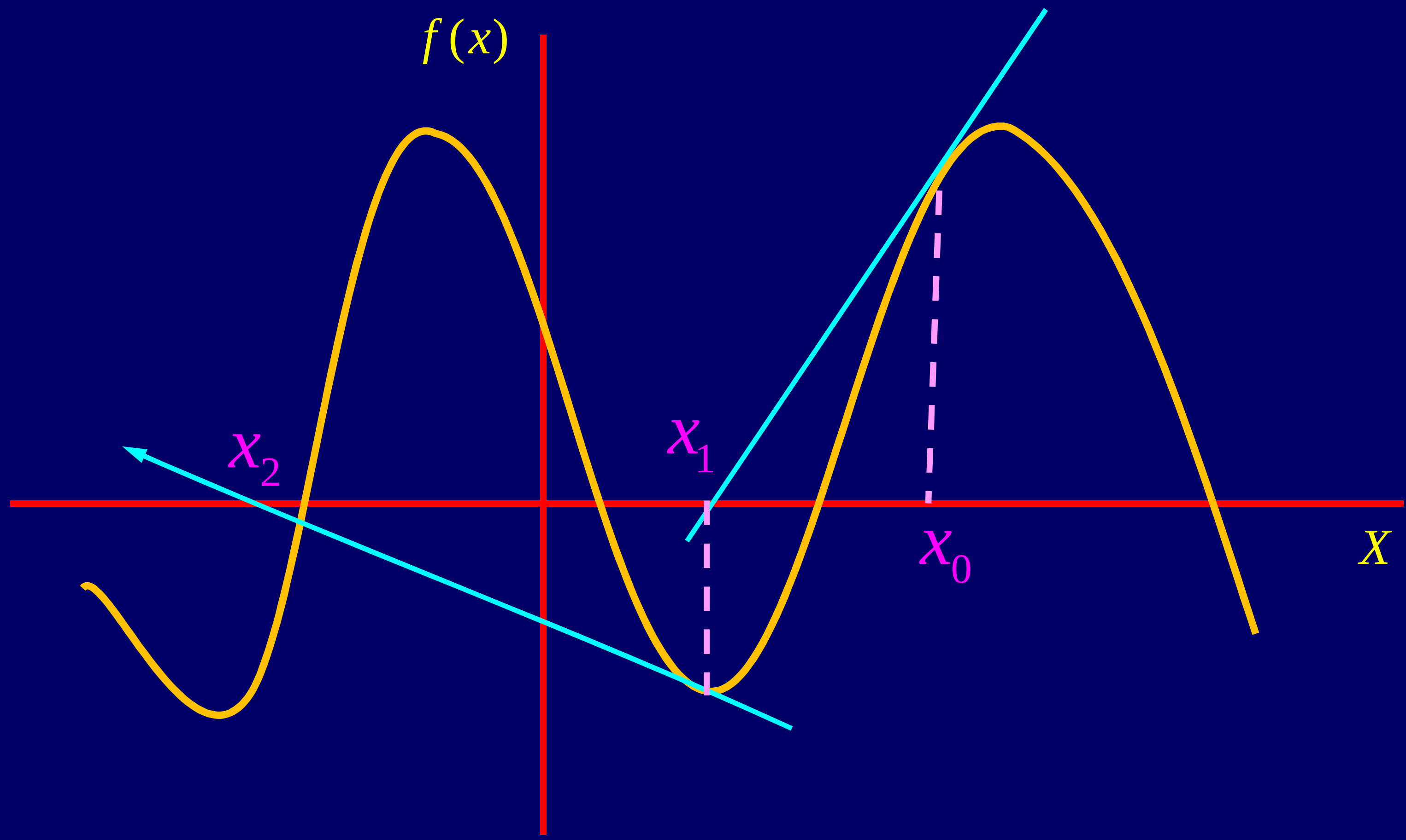


En este caso en el que existe un punto de inflexión, f''(x)=0 en la vecindad de una raíz, con lo que las iteraciones divergen rápidamente y no es posible hallar el cero.

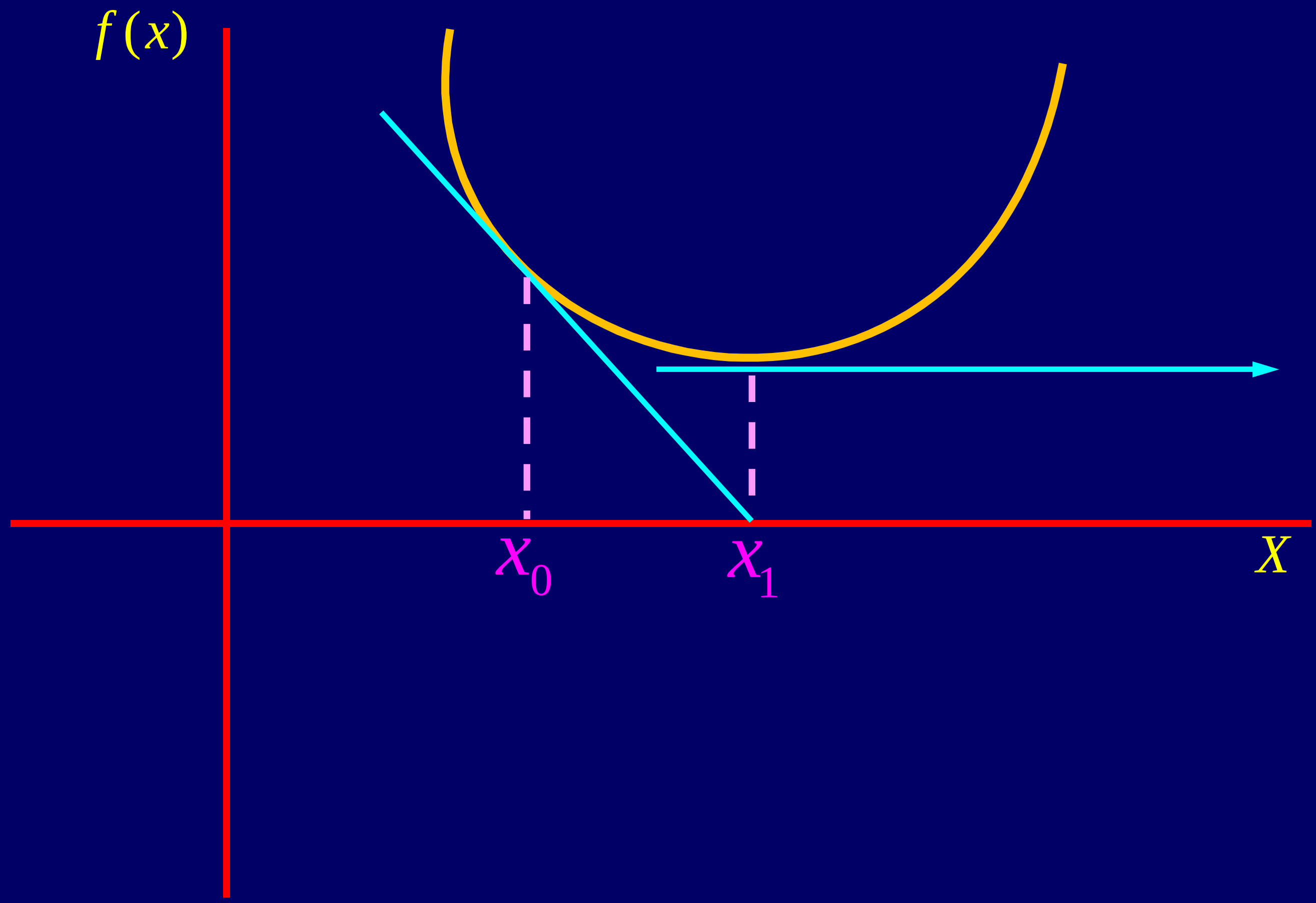
DESVENTAJAS DEL MÉTODO DE NEWTON RAPHSON



En este caso de algunas iteraciones la pendiente se hace cercana a cero, lo que hace que el próximo valor encontrado salga del área de interés y diverja.



En este caso existen raíces cercanas, dado un valor inicial no se acerca a la raíz más cercana, lo que hace que el próximo valor encontrado salga del área de interés y diverja.



En este caso se observa que en la segunda iteración la pendiente es cero y el valor se dispara horizontalmente al infinito. Estas posibilidades traen consigo una división por cero, que hacen fallar el método.

GRACIAS POR SU ATENCIÓN

Lic. Guillermo Mario Chuquipoma Pacheco

mariochuqui@hotmail.com

http://www.mariochuqui.jimdo.com

UNSAAC