UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN ANTONIO ABAD DEL CUSCO

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

UNSAAC

Lic. Guillermo Mario, Chuquipoma Pacheco

mariochuqui@hotmail.com www.mariochuqui.jimdo.com

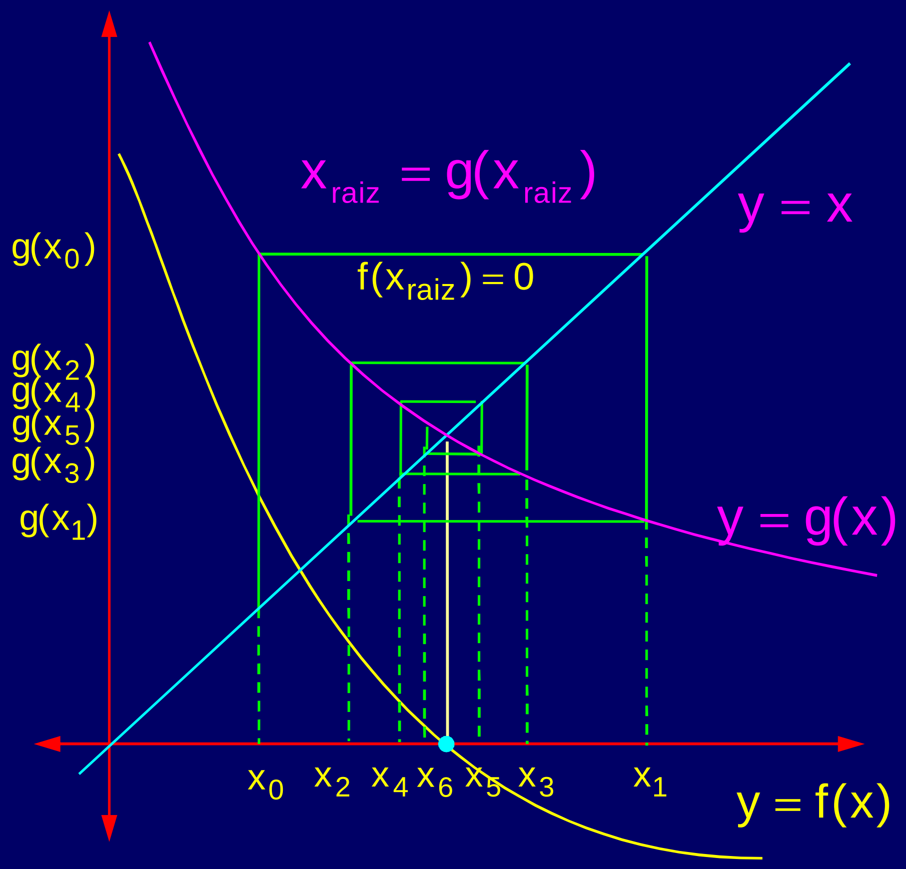
Métodos Numéricos

Lic. Guillermo Mario Chuquipoma Pacheco 2010

Método
Iteración de punto fijo

Iteración de punto fijo

También llamada iteración de un punto o sustitución sucesiva o método de punto fijo, la iteración de punto fijo es un método abierto y se basa en la fórmula que se puede obtener, al reordenar la ecuación f(x)=0 de tal modo que x esté al lado izquierdo de la ecuación x=g(x). Ella solo trabaja cuando la función de interacción es convergente.



Iteración de punto fijo

Ejemplo:

Dado , la ecuación $f(x) = 0$, la reescribimos como $x = g(x)$

a) $x^2 - 2x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{x^2 + 3}{2}$

b) $\mathrm{sen}(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \mathrm{sen}(x) + x$

Iteración de punto fijo

Ejemplo: Despejar la siguiente ecuación a la forma x=g(x)

$$x^3 + 4x^2 - 10 = 0$$

a) $x = g_1(x) = x - x^3 - 4x^2 + 10$

b) $x = g_2(x) = \left(\dfrac{10}{x} - 4x\right)^{1/2}$

c) $x = g_3(x) = \dfrac{1}{2}\left(10 - x^3\right)^{1/2}$

d) $x = g_4(x) = \left(\dfrac{10}{4 + x}\right)^{1/2}$

e) $x = g_5(x) = x - \dfrac{x^3 + 4x - 10}{3x^2 + 8x}$

Iteración de punto fijo

Proceso de iteración:

Se ejecuta la iteración como: $x_{nuevo} = g(x_{anterior})$

Algoritmo de Iteración de Punto Fijo

inicializa: $x_0 = ...$

inicia_iteración $k = 1, 2, ...$

$x_k = g(x_{k-1})$

Si converge,
que pare en alguna iteración

fin_de_iteración

ITERACIÓN DE PUNTO FIJO
EN MATLAB

Iteración de punto fijo

Escribir en un archivo m-file con el nombre de pfijo1.m

```
function [x,iter,incr] = pfijo1(g,x0,maxiter)
iter = 0;
disp('i              xi');
while iter < maxiter
   disp(sprintf('%-3d          %2.15f ',iter,x0));
        x = feval(g,x0);
        iter = iter + 1;
        x0 = x;
end
```

Guardar en su área de trabajo…

Ejemplo:
Usar una iteración simple de punto fijo para hallar un valor aproximado a la raíz de:

$$e^{-x} - x = 0$$

Solución
Consideramos: $f(x) = e^{-x} - x$

La función se puede separar directamente y expresarse en la forma

$$x = g(x) = e^{-x}$$

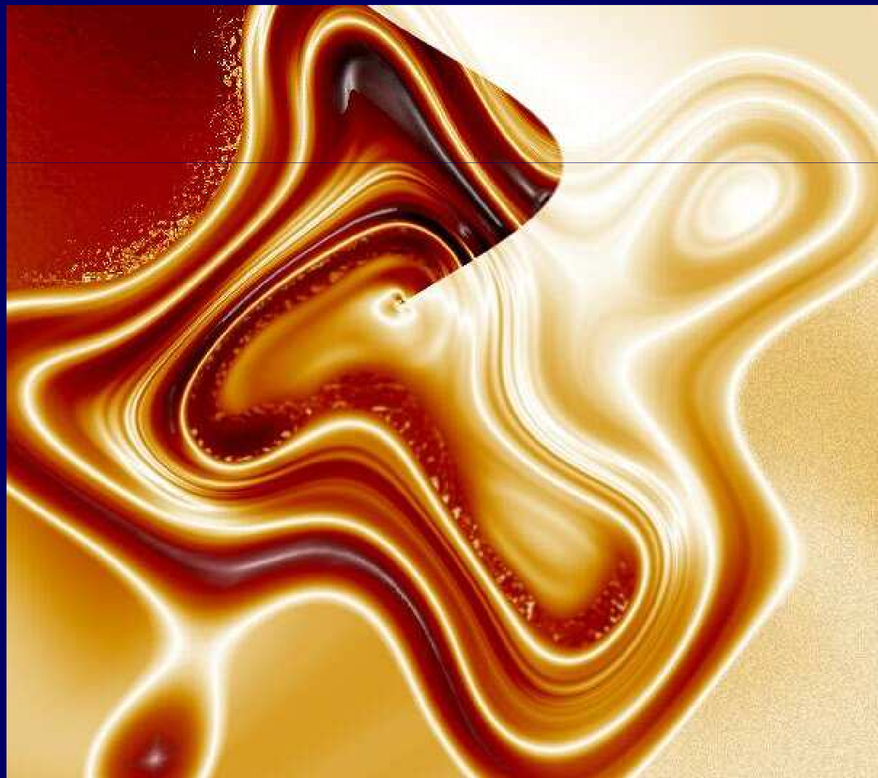
Crear el archivo m-file con el nombre de g.m

```
function y=g(x)
y=exp(-x);
```

En la línea de comandos escribir:

```
>> pfijo1('g',0,20)
```

Los Criterios de Convergencia



Criterio de Convergencia

Es un método automático para encontrar la raíz (aproximada), que necesita de un proceso de monitoreo a la raíz y parar cuando la suposición actual esta lo suficientemente cerca a la raíz deseada.

Objetivos al comprobar la convergencia:

- Evitará buscar a la exactitud innecesaria.
- Puede considerar ya sea dos aproximaciones sucesivas a la raíz son lo suficientemente cercanas para ser considerado igual.
- Puede examinar si f(x) está suficientemente próximo a cero en la suposición actual.

Más adelante estudiaremos más este asunto…

Tolerancia

Es un número real positivo muy cercano a cero que se utiliza en los criterios de convergencia para condicionar la exactitud con la que queremos encontrar la raíz (aproximada) . Por ejemplo, se puede considerar la tolerancia (tol) como dependiente del número de dígitos que queremos aproximarnos a la raíz, y lo calculamos con:

$$\text{tolerancia} = \frac{1}{2} \times 10^{-(n+1)}$$

Donde:

n : Es el número de dígitos significativos que queremos aproximarnos.

En Matlap lo escribiremos: **tol=0.5*10^-(ndig+1);**

El monitoreo de la raíz

Se consigue haciendo en cada iteración la siguiente pregunta:

¿La diferencia entre un valor anterior y el valor nuevo valor obtenido es menor a un valor llamado tolerancia (tol)?

- Si fuera verdadero, la iteración continua;
- Si es Falso, la iteración para (Criterio de parada)

Es decir:

Mientras $\left| x_{anterior} - x_{nuevo} \right| > tol$ **, la iteración continua (El proceso de calculo de nuevos valores).**

Si $\left| x_{anterior} - x_{nuevo} \right| \leq tol$ **, El proceso para (Criterio de parada)**

Ejercicio 02:

Usar una iteración simple de punto fijo para hallar un valor aproximado a la raíz de

$$f(x) = e^{-x} - x$$

tomando el valor inicial $x_0 = 0$

y que los valores de aproximación de cifras significativas sean de 5 y 8 dígitos. Analizar los resultados

Solución:

Escribir en un archivo m-file con el nombre de **pfijo2.m**

```
function [x,iter,incr] = pfijo2(g,x0,maxiter,ndig)
long;
iter = 1;
tol=0.5*10^-(ndig+1);
disp('i                    xi');
disp(sprintf('%-3d         %2.15f',iter,x0));
%disp(sprintf('%-3d         %2.15f',iter,x0));
while (iter < maxiter)
                 x = feval(g,x0);
    if ( norm(x - x0) < tol)
         disp(sprintf('La raiz aproximada en %-3d digitos es  %2.15f',ndig,x0));
    disp(sprintf('La proximacion se logro en %-5diteraciones de %-5d consideradas',iter,maxiter));
         return;
    end
    x0 = x;
    iter = iter + 1;
    disp(sprintf('%-3d         %2.15f',iter,x0));
end
disp(sprintf('No converge, en las %-5diteraciones consideradas',maxiter));
disp(sprintf('considerando que debemos aproximarnos en %-3d digitos',ndig));
```

Solución:

En la línea de comandos analizar los valores encontrados

```
>>pfijo2('g',0,30,5)
>>pfijo2('g',0,100,8)
```

Ejercicio 03:

Sabiendo que el Error Relativo Porcentual Aproximado:

$$E_a = \left| \frac{aprox_{actual} - aprox_{anterior}}{aprox_{actual}} \right| \times 100\%$$

Considerar en el algoritmo de iteración simple de punto fijo e imprimir los valores en pantalla, hallando un valor aproximado a la raíz de:

$$f(x) = e^{-x} - x$$

tomando el valor inicial $x_0 = 0$

y que los valores de aproximación de cifras significativas sean de 5 y 8 dígitos. Analizar los resultados

Solución:

Escribir en un archivo m-file con el nombre de **pfijo3.m**

```
function [x,iter,incr] = pfijo3(g,x0,maxiter,ndig)
iter = 1;
tol=0.5*10^-(ndig+1);
disp('i                    xi                    e_a');
disp(sprintf('%-3d         %2.15f',iter,x0));
while (iter < maxiter)
    x = feval(g,x0);
    if(x~=0)
       e_norm = norm((x - x0)/x)*100;     % Error relativo porcentual aproximado
   if ( norm(x - x0) < tol)
       disp(sprintf('La raiz aproximada en %-3d digitos es  %2.15f',ndig,x0));
       disp(sprintf('La proximacion se logro en %-5diteraciones de %-5d consideradas',iter,maxiter));
         return;
       end
       iter = iter + 1;
                   x0 = x;
       disp(sprintf('%-3d         %2.15f         %2.15f',iter,x0,e_norm));
   else
       disp('existe una division con cero');
       return;
    end
end
disp(sprintf('%-3d         %2.15f',iter,x0));
disp(sprintf('No converge, en las %-5diteraciones consideradas',maxiter));
disp(sprintf('considerando que debemos aproximarnos en %-3d digitos',ndig));
```

Solución:

En la línea de comandos analizar los valores encontrados

```
>>pfijo2('g',0,30,5)
>>pfijo2('g',0,100,8)
```

GRACIAS POR SU ATENCIÓN

Lic. Guillermo Mario Chuquipoma Pacheco

mariochuqui@hotmail.com

http://www.mariochuqui.jimdo.com

UNSAAC